



ACTIVITÉ · F4. LA PENTE DE L'ONDE

Une règle, un crayon, une courbe : la dérivée avant le cours

FEUILLE DE ROUTE

	PHASE	TITRE
1.	EXPLORER	Huit tangentes au crayon
2.	CONJECTURER	La courbe cachée
3.	VALIDER	L'épreuve du nombre dérivé
4.	FORMALISER	L'énoncé, et l'obstacle

Ce travail n'est pas noté : votre première réponse, même fausse, est une donnée d'expérience.

▷ explorer · ◇ conjecturer · ✓ valider · □ formaliser

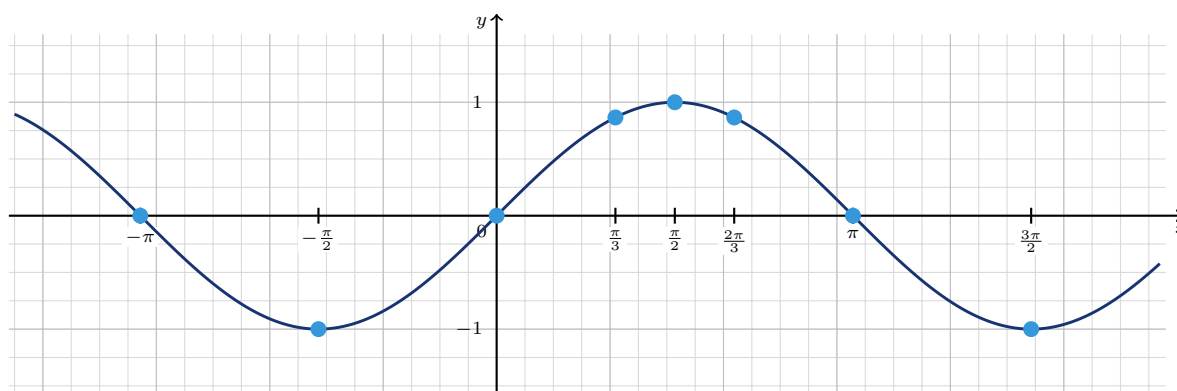
→ prépare COURS F4, § 2 ET 3 · la limite fondamentale et la dérivation des fonctions trigonométriques

Cette enquête se mène seul, à la maison, règle graduée et calculatrice en main ; apportez vos réponses écrites au premier cours du chapitre. La règle du jeu ne change pas d'une activité de l'Atelier à l'autre, et reste non négociable : **à chaque phase, écrivez votre réponse avant de lire la phase suivante.** Ce travail n'est pas noté : vos réponses, justes ou fausses, sont une donnée d'expérience, et c'est le cours qui rendra le verdict.

PHASE 1 · EXPLORER

Huit tangentes au crayon

Voici la courbe de la fonction sinus, tracée dans un repère où **l'unité est la même sur les deux axes** (une graduation fine vaut 0,25 unité). Huit points y sont marqués. Rappel de première : la pente d'une tangente se lit en partant du point de contact, en avançant d'une unité vers la droite, puis en comptant de combien la tangente monte (ou descend) sur cette unité.



▷ En chacun des huit points marqués, d'abscisses $-\pi$, $-\frac{\pi}{2}$, 0 , $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{2\pi}{3}$, π et $\frac{3\pi}{2}$, tracez la tangente à la règle, le plus soigneusement possible, puis mesurez sa pente. Consignez vos huit mesures dans le tableau.

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
pente mesurée								

UNE REMARQUE : QUE CONSTATEZ-VOUS DÉJÀ SUR CES HUIT NOMBRES ?

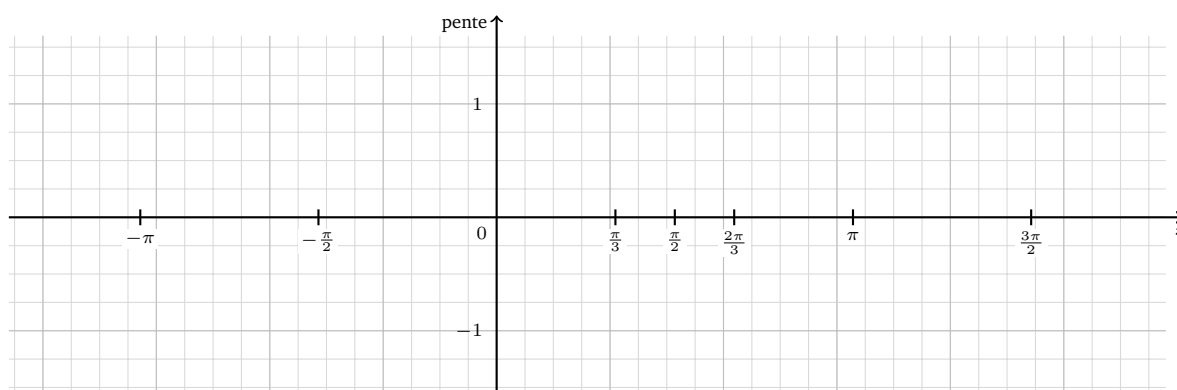
.....

.....

PHASE 2 · CONJECTURER

La courbe cachée

Vos huit pentes forment à leur tour des points : en chaque abscisse x du tableau, placez le point de hauteur « pente mesurée en x » dans le repère vierge ci-dessous (mêmes unités que le premier).



◇ Reliez mentalement vos huit points : quelle courbe se dessine ? Écrivez votre conjecture sous la forme d'une phrase complète, « la dérivée de la fonction sinus est ... », avant de lire la phase suivante. Si vous hésitez entre deux candidates, écrivez les deux et dites ce qui permettrait de les départager.

VOTRE CONJECTURE, ÉCRITE AVANT DE LIRE LA SUITE

.....

.....

PHASE 3 · VALIDER

L'épreuve du nombre dérivé

Une règle et un crayon, c'est une expérience ; la définition de première en est une autre. Soit $a \in \mathbb{R}$. Le nombre dérivé de sinus en a est la limite, quand h tend vers 0, du taux d'accroissement

$$\frac{\sin(a+h) - \sin a}{h}.$$

Votre calculatrice sait approcher ce taux d'aussi près qu'on veut : c'est un test impitoyable pour votre conjecture, **sans corrigé et sans professeur**.

✓ Choisissez trois valeurs de a , dont au moins une où votre conjecture prédit une pente négative. Pour chacune, calculez le taux d'accroissement pour $h = 0,1$, puis 0,01, puis 0,001, et confrontez à ce que prédit votre conjecture. Puis jouez l'avocat du diable : refaites *un seul* de ces calculs, calculatrice réglée en mode degré. Constatez le désastre, et proposez par écrit une explication : que change ce réglage, et pourquoi sabote-t-il les pentes ?

VOS TROIS TESTS (VALEURS ET VERDICTS), ET VOTRE EXPLICATION DU SABOTAGE

.....

.....

.....

.....

PHASE 4 · FORMALISER

L'énoncé, et l'obstacle

Si vos tests ont confirmé votre conjecture, elle mérite d'être écrite comme les énoncés du cours ; sinon, c'est le moment de la réviser, l'expérience a toujours raison.

□ Rédigez votre conjecture en notation mathématique complète, quantificateur compris : « pour tout $x \in \dots$, $\sin'(x) = \dots$ ». Auto-contrôle, sans corrigé : votre énoncé doit redonner vos huit mesures de la phase 1, aux imprécisions de tracé près, et prédire le signe de la pente sur tout $\left] \frac{\pi}{2} ; \pi \right[$. Ensuite, le fond de l'affaire : d'après la définition rappelée en phase 3, démontrer votre énoncé en $a = 0$ exigerait de connaître la limite exacte de $\frac{\sin h}{h}$ quand h tend vers 0. Approchez ce quotient pour $h = 0,1$, puis 0,01, puis 0,001, donnez la valeur qu'il suggère, puis expliquez en deux phrases pourquoi aucune rafale de calculs, aussi longue soit-elle, n'en fera jamais une démonstration.

VOTRE ÉNONCÉ QUANTIFIÉ, LA LIMITE PRESSENTIE, VOS DEUX PHRASES

.....

.....

.....

.....

★ Défi : sans rien tracer ni mesurer, prédisez la courbe des pentes de la fonction cosinus. Un seul argument doit suffire, et il tient en un mot appris en première sur les transformations de courbes.

LA RÉVÉLATION AU PROCHAIN COURS

Le nom de la courbe cachée, le verdict de votre conjecture, la vraie raison du sabotage en mode degré, et la seule limite qui manque encore à votre démonstration : tout vous attend au chapitre F4.