



COULISSES • A0. LOGIQUE, RAISONNEMENT ET PYTHON

L'envers du décor

Le cours vous a montré la scène : six raisonnements, un langage, une machine. Ici, on passe derrière le rideau. Des procès antiques aux paris perdus des plus grands mathématiciens, voici ce que le chapitre n'a pas eu le temps de raconter. Chaque pièce se lit seule, dans l'ordre qui vous plaira ; aucune n'est exigible, toutes sont faites pour être racontées à table.

Plan de la visite

AUTRE CHEMIN • La table qui dit tout (6 min)	2
CONTRE-PIED • Les quatre cartes qui piègent tout le monde (7 min)	3
CONTRE-PIED • Le procès du siècle (avant Jésus-Christ) (5 min)	4
AUTRE CHEMIN • La démonstration qui valait des années (6 min)	5
ARCHIVES • La lettre qui fit vaciller les mathématiques (8 min)	6
AUTRE CHEMIN • La preuve qui se plie en quatre (7 min)	7
ARCHIVES • L'article de deux phrases (6 min)	8
FRONTIÈRE • Vraie 906 millions de fois, puis fausse (7 min)	9
CONTRE-PIED • L'examen surprise (6 min)	10
ARCHIVES • Brèves de coulisses (3 min)	10

La table qui dit tout

L'implication cache une identité que le cours a survolée : la voici, colonne par colonne.

↔ prolonge COURS A0, § 3.3 · l'implication et la contraposée

LE pari est simple. Un père promet : « si tu as ton bac, je t'offre un scooter ». L'année passe, le bac tombe, quatre scénarios sont possibles. Bac obtenu, scooter offert : promesse tenue. Bac obtenu, pas de scooter : parjure. Bac raté, pas de scooter : rien à reprocher. Bac raté... et scooter quand même ? Le père est généreux, mais il n'a pas menti. Voilà le secret de l'implication : **elle n'est fausse que dans un seul monde**, celui où la promesse est trahie.

Regardez maintenant la proposition « $\bar{A}$ ou B » (pas de bac, ou scooter). Elle est fausse uniquement quand $\bar{A}$ et B sont fausses toutes les deux, c'est-à-dire quand A est vraie et B fausse : bac obtenu, pas de scooter. *Le même unique monde.*

A	B	$\bar{A}$	$\bar{A}$ ou B	$A \Rightarrow B$
V	V	F	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Les deux dernières colonnes coïncident ligne à ligne. C'est une identité fondamentale, que le cours ne vous avait pas montrée :

$$(A \Rightarrow B) = \bar{A} \text{ ou } B$$

Pour les curieux du fond. Cette identité démontre la contraposée *par le calcul*, sans aucune table supplémentaire. Écrivons $\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$ avec la formule : c'est $\bar{\bar{B}}$ ou $\bar{A}$, c'est-à-dire B ou $\bar{A}$, c'est-à-dire $\bar{A}$ ou B (l'ordre d'un « ou » ne compte pas)... soit exactement $A \Rightarrow B$. L'implication et sa contraposée ne sont pas seulement équivalentes : *ce sont deux écritures de la même formule*. Au passage, la même identité explique la négation d'une implication : $\overline{A \Rightarrow B} = A$ et $\bar{B}$ (lois de De Morgan). Nier « bac $\Rightarrow$ scooter », ce n'est pas « bac $\Rightarrow$ pas de scooter » : c'est « bac obtenu *et* pas de scooter » : le monde du parjure, et lui seul.

N.B. La réciproque, elle, s'écrit $\bar{B}$ ou A : une formule différente, fausse dans un autre monde. D'où son indépendance.

Les quatre cartes qui piègent tout le monde

Le test de raisonnement le plus étudié au monde, et pourquoi votre cerveau connaît la contraposée sans vouloir s'en servir.

↔ prolonge COURS A0, § 3.1 · le test des quatre cartes

OBSERVEZ un fait troublant : le test que vous avez passé en ouverture du chapitre, quatre cartes et une règle, est l'expérience de psychologie du raisonnement la plus reproduite de l'histoire. Depuis que Peter Wason l'a publiée en 1966, des dizaines de milliers de personnes s'y sont essayées : étudiants, professeurs, logiciens. Le taux de réussite dépasse rarement **dix pour cent**. Rappelons l'enjeu. Règle à tester : « si une carte porte une voyelle, alors elle porte un chiffre pair au verso ». Cartes visibles : A, K, 4, 7. L'analyse complète tient dans un tableau que presque personne ne construit spontanément :

Carte	Ce que son verso peut révéler	Retourner ?
A	un impair au dos <i>tuerait</i> la règle	oui
K	la règle ne dit rien des consonnes	non
4	voyelle : conforme ; consonne : hors sujet	non
7	une voyelle au dos <i>tuerait</i> la règle	oui

L'erreur massive consiste à retourner A et 4 : on cherche des cas qui *confirment* la règle, alors que seuls comptent les cas capables de la *réfuter*. Les psychologues y voient le **biais de confirmation**, l'un des plus documentés de l'esprit humain. La carte 7, c'est la contraposée en carton : « impair $\Rightarrow$ consonne ». Le rebondissement date de 1982. Griggs et Cox rhabillent le problème : les cartes deviennent « 16 ans », « bière », « 25 ans », « soda », et la règle « si l'on boit de l'alcool, on est majeur ». Même structure logique, au symbole près. Résultat : environ **trois quarts de réussite**. Tout le monde pense à contrôler le client de seize ans qui tient un verre : c'est la carte 7, et personne ne l'oublie quand elle s'appelle fraude.

Pour les curieux du fond. Ce que le test mesure, ce n'est donc pas une incapacité logique, mais un défaut d'*activation* : la contraposée est naturelle dans les contextes sociaux (détecter un tricheur) et contre-intuitive dans l'abstrait. La leçon dépasse les mathématiques : chercher à réfuter plutôt qu'à confirmer est le geste fondateur de la démarche scientifique. Une théorie qu'aucune expérience ne pourrait contredire n'apprend rien ; une règle qu'on ne teste que par ses cas favorables non plus.

Bonus. Rejouez le test autour de vous ce week-end, version lettres puis version bar, et comptez les scores : la mise en commun se fera au prochain cours.

Le procès du siècle (avant Jésus-Christ)

Deux raisonnements irréprochables, deux conclusions contraires : bienvenue au tribunal d'Athènes.

↔ prolonge COURS A0, § 4.3 · le raisonnement par disjonction des cas

GRÈCE, cinquième siècle avant notre ère. Protagoras est le professeur le plus cher du monde antique, et Euathlos son élève le plus prometteur. Le contrat est audacieux : le maître forme le jeune homme à l'art de plaider, et ne sera payé que le jour où l'élève gagnera son premier procès. Les années passent. Euathlos, formé, brillant. . . ne plaide jamais. Pas de procès, pas de victoire, pas d'honoraires.

Protagoras, excédé, attaque son élève en justice. Et c'est là que l'affaire devient un bijou de logique. Le maître plaide : « Si je gagne ce procès, le tribunal ordonnera qu'Euathlos me paie. Et si je le perds, alors Euathlos aura gagné son premier procès, et le contrat l'obligera à me payer. Dans tous les cas, je serai payé. »

L'élève a été à bonne école. Il rétorque : « Si je gagne, le tribunal aura décidé que je ne dois rien. Et si je perds, alors je n'aurai toujours pas gagné mon premier procès, et le contrat me dispense de payer. Dans tous les cas, je ne paierai rien. »

Pour les curieux du fond. Chacun raisonne par disjonction des cas, et chaque disjonction est valide : les deux cas (gagner, perdre) couvrent toutes les issues, sans trou. Le vice n'est donc pas dans le raisonnement mais dans les *prémisses* : Protagoras s'appuie tantôt sur le jugement, tantôt sur le contrat, et Euathlos fait l'inverse. Or jugement et contrat ne peuvent pas être vrais en même temps ici : deux règles contradictoires cohabitent. Et le chapitre vous a donné l'outil pour comprendre la suite : d'un système d'hypothèses contradictoires, la pièce n°1 permet de déduire n'importe quoi. Si A et $\bar{A}$ sont vraies ensemble, alors $\bar{A}$ ou B est vraie pour tout B . . . c'est-à-dire $A \Rightarrow B$: tout s'ensuit. Les logiciens appellent cela *ex falso quodlibet* : du faux, tout ce qu'on veut.

Les juges d'Athènes, dit-on, furent si embarrassés qu'ils reportèrent le jugement. . . à cent ans. La logique, elle, n'a pas attendu : ce procès est devenu l'exemple canonique du système incohérent, celui où l'on peut tout démontrer, et son contraire.

N.B. Protagoras d'Abdère, V^e siècle avant notre ère, fut l'un des premiers sophistes : ceux qui enseignaient l'art de convaincre.

La démonstration qui valait des années

Le cours a prouvé un théorème par contraposée. Le prouver en marche avant a demandé des années à votre professeur.

↔ prolonge COURS A0, § 4.4 · si n^2 est pair, alors n est pair

Il est des énoncés dont la démonstration semble n'avoir qu'une seule porte d'entrée. Le cours a établi que si n^2 est pair, alors n est pair, et la contraposée s'imposait : partir de $n^2 = 2k$ ne donne aucune prise sur n , la racine carrée ne mène nulle part. Affaire classée ?

Pas tout à fait. Une démonstration *directe* existe. Elle est courte, élémentaire... et remarquablement difficile à trouver. Votre professeur peut en témoigner : il l'a cherchée, par curiosité, pendant *plusieurs années* avant de la voir. Ce n'est pas une figure de style, c'est le quotidien des mathématiques : une question peut être simple à énoncer et longue à apprivoiser, et chercher longtemps n'est pas un échec, c'est le métier.

Défi. Avant de lire la suite, prenez une feuille et cherchez : n^2 pair étant donné, comment atteindre « n pair » en marche avant, sans contraposée, sans absurde ? Indice unique : ne regardez pas n^2 tout seul.

Voici l'idée. Ne regardez pas n^2 , regardez l'écart entre n^2 et n :

$$n^2 - n = n(n - 1).$$

C'est un produit de deux entiers *consécutifs* : l'un des deux est forcément pair, donc $n(n - 1)$ est pair, toujours, quel que soit n . Alors :

$$n = n^2 - n(n - 1) = \underbrace{n^2}_{\text{pair par hypothèse}} - \underbrace{n(n - 1)}_{\text{toujours pair}}$$

et une différence de deux nombres pairs est paire : n est pair. Pas de contraposée, pas d'absurde : une identité, et tout s'éclaire.

Pour les curieux du fond. La trouvaille donne plus que le théorème. Puisque $n^2 - n$ est *toujours* pair, n et n^2 ont toujours la même parité : les deux implications (n pair $\Leftrightarrow n^2$ pair) tombent d'un coup. Honnêteté totale : le petit lemme « deux consécutifs, dont un pair » se vérifie par disjonction des cas ; mais il porte sur un fait universel, indépendant de l'hypothèse, et la marche du raisonnement principal, elle, ne fait que de la déduction directe. C'est toute la subtilité, et toute l'élégance.

Bonus. Même jeu : trouvez une démonstration directe de « si n^2 est multiple de 3, alors n est multiple de 3 ». L'identité qui marche est plus difficile à dénicher ; le compagnon vous départagera.

La lettre qui fit vaciller les mathématiques

Le cours s'est ouvert sur une lettre de 1902. La voici enfin, avec son contenu, sa victime et sa leçon.

↔ prolonge COURS A0, OUVERTURE ET § 5 · le paradoxe de Russell

CAMBRIDGE, juin 1902. Bertrand Russell, trente ans, achève un livre sur les fondements des mathématiques quand il décide d'écrire à un collègue allemand presque inconnu du grand public : Gottlob Frege. Depuis vingt ans, Frege poursuit seul un projet monumental, réduire toute l'arithmétique à la logique pure. Son premier volume des *Grundgesetze* est paru en 1893 ; le second est *sous presse*. Toute la construction repose sur un principe qui semble innocent : à chaque propriété correspond l'ensemble des objets qui la vérifient.

La lettre de Russell tient en quelques lignes. Considérons, écrit-il en substance, l'ensemble des ensembles qui ne se contiennent pas eux-mêmes :

$$R = \{ x \mid x \notin x \}.$$

Et posons la seule question possible : R appartient-il à lui-même ?

Pour les curieux du fond. Suivons les deux branches, quatre lignes suffisent. Si $R \in R$, alors R vérifie la propriété qui définit R , c'est-à-dire $R \notin R$: contradiction. Si $R \notin R$, alors R vérifie précisément la propriété d'appartenance à R , donc $R \in R$: contradiction encore. Chaque branche détruit l'autre : la définition de R est intenable. Or le principe de Frege *garantissait* l'existence de R . Le principe est donc faux, et avec lui l'édifice entier. Vous reconnaissez la structure : c'est « je mens », l'auto-référence, réécrite dans le langage des ensembles du paragraphe 5.

La réponse de Frege arrive en six jours. Pas de déni, pas de colère : il reconnaît la faille, ajoute au volume sous presse un appendice d'une honnêteté restée légendaire, où il écrit qu'il n'est guère de sort plus cruel pour un savant que de voir trembler les fondations de son édifice au moment où le travail s'achève. Soixante ans plus tard, Russell dira n'avoir jamais rien connu de comparable à ce dévouement à la vérité : « presque surhumain ».

Et le barbier ? C'est la version de poche que Russell popularisa ensuite : dans un village, le barbier rase tous les hommes qui ne se rasent pas eux-mêmes, et eux seuls. Qui rase le barbier ? Même mécanique, mais ici point de crise : la conclusion est simplement... qu'un tel barbier ne peut pas exister. Un raisonnement par l'absurde ordinaire. La différence avec R , c'est que Frege avait *prouvé* l'existence de son barbier.

N.B. La sortie de crise occupera trente ans : on encadrera par des axiomes le droit de former des ensembles. Les règles du jeu, toujours.

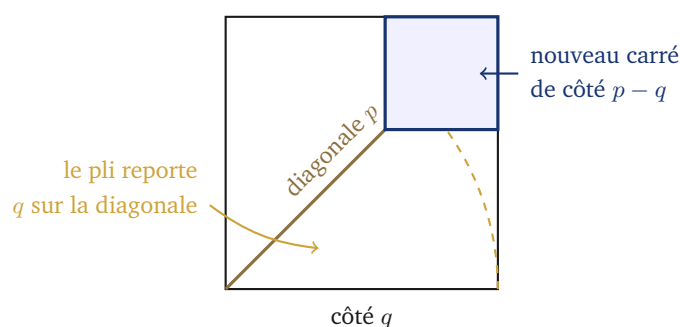
La preuve qui se plie en quatre

Vous avez démontré l'irrationalité de $\sqrt{2}$ avec des nombres pairs. Les Grecs, eux, savaient la plier.

↔ prolonge COURS A0, § 4.5 · la démonstration de l'irrationalité de $\sqrt{2}$

IMAGINEZ une preuve que Pythagore aurait pu voir. La démonstration du cours suppose $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ et fait parler la parité : imparable, mais avec un parfum d'algèbre moderne. Celle-ci tient dans un carré de papier.

Supposez que la diagonale et le côté d'un carré soient tous deux des nombres entiers d'unités : un carré « entier ». Pliez le coin du carré sur la diagonale. Le pliage fait apparaître, à l'intérieur, un nouveau carré... dont la diagonale et le côté sont encore des entiers, et strictement plus petits.



Recommencez avec ce petit carré : il en engendre un plus petit encore, entier lui aussi. Et ainsi de suite, indéfiniment. Or c'est impossible : une suite d'entiers positifs qui décroît strictement finit toujours par s'arrêter. Le carré entier de départ ne pouvait pas exister.

Pour les curieux du fond. En notant q le côté et p la diagonale, le pliage construit un carré de côté $p - q$ et de diagonale $2q - p$: si p et q sont entiers, les nouveaux le sont aussi, avec $0 < p - q < q$. C'est une *descente infinie*, la forme géométrique du raisonnement par l'absurde : on ne contredit pas la parité, on contredit le fait que $\mathbb{N}$ n'autorise aucune descente sans fin. Trois raisonnements du chapitre travaillent main dans la main : l'absurde, la récurrence (en creux), et l'existence d'un plus petit élément.

N.B. Cette preuve géométrique figure dans le document d'accompagnement officiel du programme (eduscol, 2019). Peu de manuels la racontent.

Bonus. Prenez une vraie feuille carrée et faites le pli : le petit carré apparaît. La démonstration tient dans la main.

L'article de deux phrases

En 1966, deux mathématiciens réfutent Euler après deux siècles. Leur article complet tient sur une carte de visite : le voici.

↔ prolonge COURS A0, § 4.2 · le contre-exemple

EN 1769, Leonhard Euler, alors le mathématicien le plus productif du monde, généralise le grand théorème de Fermat en une conjecture ambitieuse : pour obtenir une puissance n -ième en additionnant des puissances n -ièmes, il en faudrait au moins n . Trois cubes au minimum pour un cube, quatre bicarrés pour un bicarré, cinq puissances cinquièmes pour une puissance cinquième. Pendant **près de deux siècles**, personne ne trouve ni preuve, ni faille.

En 1966, Leon Lander et Thomas Parkin disposent d'une arme nouvelle : le CDC 6600, l'ordinateur le plus rapide du monde. Ils programment une recherche systématique sur les puissances cinquièmes. La machine balaie, compare... et exhibe. Leur article, publié au *Bulletin of the American Mathematical Society*, est l'un des plus courts de l'histoire des mathématiques. Le voici, intégralement :

« A direct search on the CDC 6600 yielded

$$27^5 + 84^5 + 110^5 + 133^5 = 144^5$$

as the smallest instance in which four fifth powers sum to a fifth power. This is a counterexample to a conjecture by Euler that at least n n th powers are required to sum to an n th power, $n > 2$. »

L. J. Lander et T. R. Parkin, *Counterexample to Euler's conjecture on sums of like powers*, Bull. Amer. Math. Soc. 72 (1966), p. 1079.

En français : une recherche directe sur le CDC 6600 a produit $27^5 + 84^5 + 110^5 + 133^5 = 144^5$, plus petit cas où quatre puissances cinquièmes ont pour somme une puissance cinquième. C'est un contre-exemple à une conjecture d'Euler selon laquelle il faut au moins n puissances n -ièmes pour obtenir une puissance n -ième, $n > 2$.

Deux phrases, une formule, une référence. Pourquoi si court ? Parce que le chapitre vous l'a appris : **quand on tient un contre-exemple, la démonstration est finie**. Réfuter un « pour tout » ne demande qu'un témoin, et le témoin se vérifie en posant la multiplication. Toute page supplémentaire aurait été du décor.

Pour les curieux du fond. La vérification est à votre portée : `27**5 + 84**5 + 110**5 + 133**5 == 144**5` renvoie `True` en une microseconde, et les deux membres valent 61 917 364 224. Pour l'exposant 4, il fallut attendre 1988 : Noam Elkies ouvrit la voie par la théorie (avec une solution géante), puis Roger Frye établit par recherche exhaustive le plus petit contre-exemple, $95\,800^4 + 217\,519^4 + 414\,560^4 = 422\,481^4$, des nombres qui débordent votre calculatrice mais pas Python. La conjecture d'Euler reste d'ailleurs ouverte pour les exposants $n \geq 6$: personne n'a trouvé de contre-exemple, personne n'a de preuve. Un tiroir encore fermé.

N.B. Le CDC 6600 (1964) exécutait trois millions d'opérations par seconde. Votre téléphone en fait plusieurs centaines de milliards.

Vraie 906 millions de fois, puis fausse

Combien de vérifications faut-il pour croire une conjecture ? Réponse : aucune quantité ne suffit, et voici les preuves.

↔ prolonge COURS A0, § 4.2 ET § 6.6 · les exemples ne prouvent rien ; l'ordinateur réfute

NEUf cent six millions cent cinquante mille deux cent cinquante-sept. Retenez ce nombre : c'est l'endroit exact où une conjecture vieille de soixante ans a menti pour la première fois. L'histoire commence en 1919, quand George Pólya observe un phénomène. Comptez, pour chaque entier, son nombre de facteurs premiers *avec répétition* : $12 = 2 \times 2 \times 3$ en a trois, $16 = 2^4$ en a quatre. Classez chaque entier en « type impair » ou « type pair » selon ce compte. Sur les premiers entiers :

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
facteurs	2	3	2·2	5	2·3	7	2·2·2	3·3	2·5
compte	1	1	2	1	2	1	3	2	2
type	I	I	P	I	P	I	I	P	P

À chaque étape, comptez les « I » et les « P » depuis $n = 2$ (le nombre 1, qui n'a aucun facteur premier, reste hors jeu) : les impairs mènent 5 à 4 au rang 10, et la conjecture de Pólya affirme qu'ils **ne perdent jamais la tête** : jusqu'à tout rang n , il y a au moins autant de type impair que de type pair. Vérifiée à la main, puis à la machine, sur des millions d'entiers : toujours vraie.

Elle est fausse. Et son histoire est un feuilleton en trois actes. En 1958, Haselgrove *démontre* qu'un contre-exemple existe. . . sans en produire aucun : sa preuve situe seulement un fautif quelque part en dessous d'un nombre à 362 chiffres. En 1960, Lehman en exhibe un : 906 180 359. En 1980 enfin, Tanaka trouve le plus petit : au rang $n = 906\,150\,257$, les « P » passent devant, pour la première fois.

Pour les curieux du fond. L'acte le plus vertigineux est le premier : *prouver qu'un contre-exemple existe sans le connaître*. C'est une preuve d'existence non constructive, et la conjecture de Mertens, sa cousine, pousse le vertige plus loin : réfutée en 1985 par Odlyzko et te Riele, elle attend toujours son premier contre-exemple explicite : on sait qu'il en existe un, on ne l'a jamais vu, et il se cache peut-être au-delà de tout ce qu'une machine atteindra jamais. Souvenez-vous du `return None` du cours : quand la recherche ne trouve rien, elle n'a rien prouvé. Ces deux histoires sont la version adulte de cette ligne de code.

N.B. Pour l'anecdote : Pólya est aussi l'auteur de la fausse récurrence des chevaux unicolores du cours. Le même homme a offert aux professeurs leurs deux meilleurs contre-exemples pédagogiques.

L'examen surprise

Une récurrence impeccable démontre que l'examen ne peut pas avoir lieu. Il a lieu mercredi.

↔ prolonge COURS A0, § 4.6 · la récurrence et ses conditions de validité

SURPRISE : c'est le mot qu'emploie le professeur, un vendredi, en annonçant à ses élèves qu'un examen aura lieu la semaine suivante, un jour qu'ils ne pourront pas prévoir. Les élèves, bien entraînés, raisonnent.

L'examen ne peut pas tomber vendredi : arrivés au jeudi soir sans examen, ils sauraient qu'il ne reste que vendredi, et il ne serait plus une surprise. Vendredi éliminé, le jeudi devient le dernier jour possible. . . et le même argument l'élimine à son tour. Puis mercredi, mardi, lundi : de proche en proche, *aucun* jour ne convient. Conclusion triomphale : l'examen annoncé est impossible.

Le mercredi matin, le professeur distribue les copies. Et les élèves sont *complètement surpris*.

Pour les curieux du fond. Où le raisonnement casse-t-il ? Le squelette est une récurrence descendante parfaitement licite : si le dernier jour restant est exclu, le précédent devient dernier, et ainsi de suite. Le maillon fragile n'est pas la récurrence, c'est le mot « surprise », qui mélange deux choses : ce qui est vrai, et ce que les élèves *peuvent savoir*. L'élimination du vendredi suppose qu'arrivés au jeudi soir, les élèves croient encore l'annonce du professeur ; mais leur propre raisonnement vient de conclure que l'annonce est intenable ! L'argument scie la branche sur laquelle il grimpe. Les logiciens débattent encore de l'endroit exact de la faille : près d'une centaine d'articles ont été publiés depuis les années 1940, sans consensus définitif. La morale, elle, fait l'unanimité et clôt ce chapitre mieux qu'un théorème : **on ne raisonne rigoureusement que sur des notions rigoureusement définies.**

N.B. Le paradoxe apparaît dans les années 1940 ; on le prête parfois à une annonce de la radio suédoise sur un exercice de défense civile « imprévisible ». La paternité exacte reste discutée.

Brèves de coulisses

Trois histoires courtes qui n'ont pas trouvé leur place dans le cours, trop belles pour être coupées.

↔ prolonge COURS A0, § 4.6 ET § 6 · la récurrence et la boîte à outils Python

L'anagramme du professeur Lucas. En 1883, le jeu des tours de Hanoï paraît sous la signature d'un mystérieux « N. Claus de Siam, mandarin du collège Li-Sou-Stian ». Personne ne remarque que *N. Claus* est l'anagramme de *Lucas N.*, et *Li-Sou-Stian* celle de *Saint-Louis*, le lycée parisien où Édouard Lucas enseignait. Le marketing par énigme, un siècle avant l'heure.

La lycéenne qui a plié le dogme. On répétait qu'aucune feuille ne se plie plus de huit fois. En 2002, Britney Gallivan, lycéenne californienne, démontre d'abord une formule donnant la longueur de papier nécessaire pour n plis, puis s'offre une bande de 1 219 mètres et la plie douze fois. La théorie d'abord, l'exploit ensuite.

Le silence de monsieur Cole. Congrès de l'American Mathematical Society, 1903. Frank Nelson Cole s'avance, calcule $2^{67} - 1$ au tableau, puis pose la multiplication $193\,707\,721 \times 761\,838\,257\,287$. Les deux résultats coïncident. Il se rassoit sans avoir prononcé un seul mot ; on raconte qu'il y avait consacré trois ans de dimanches. Votre machine vérifie son calcul en une microseconde, mais le silence, lui, reste inimitable.

Vrai ou légende ? Embarrassés par le procès de Protagoras, les juges d'Athènes auraient reporté leur jugement... à cent ans.

Faites votre pari. La réponse vous attend sur le compagnon numérique.

LA SUITE DANS LES COULISSES NUMÉRIQUES

Il reste des tiroirs fermés : un théorème que seul un ordinateur a su démontrer (et la dispute qui s'ensuivit), et le premier programme de l'histoire, écrit en 1843 pour une machine qui n'a jamais existé. Le compagnon numérique vous attend.