



EXERCICES • F1. GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS

Trente exercices, du procédé à la lecture d'une courbe

PROGRAMME D'ENTRAÎNEMENT

PARTIE	EXERCICES	DIFFICULTÉ	PARCOURS	S'APPUIE SUR
I. Le procédé, et ce qu'il n'est pas	Ex. 1–4	★★ à ★★★★★	■ ◆	cours § 1.1 et 1.4
II. Images et antécédents, par le calcul	Ex. 5–10	★ à ★★★★★	■ ◆	cours § 1.2 et 1.3
III. L'ensemble de définition	Ex. 11–16	★ à ★★★★★	■ ◆ ★	cours § 2
IV. Le couple, le point, la courbe	Ex. 17–21	★ à ★★★★★	■ ◆	cours § 3.1 à 3.3
V. Lire une courbe	Ex. 22–26	★★ à ★★★★★	■ ◆	cours § 3.4 et 3.5
VI. Histoires et belles mathématiques	Ex. 27–30	★★ à ★★★★★	■ ◆ ★	tout le chapitre

AUTOMATISMES EN PARALLÈLE

Les gammes ne sont pas ici : elles sont au **Cahier de calcul Seconde**, fiches 36 (images et antécédents), 38 (points des courbes), 40 (calcul avec les fonctions) et 41 (bilan). Corrigés en fin de cahier, travail en autonomie.

C'est ce socle, entretenu toute l'année, que l'épreuve anticipée de première évaluera sans calculatrice.

APL application · THE théorie · SYN synthèse · APR approfondissement ★ difficulté de 1 à 6

⌚ ≈ 10 min · ⌚ ≈ 20 min · ⌚ ≈ 30 min · ⌚ 45 min et plus

I. LE PROCÉDÉ, ET CE QU'IL N'EST PAS

↔ s'appuie sur COURS F1, § 1.1 ET 1.4 · fonction, image, la notation f et $f(x)$, les quatre visages

EXERCICE 1 · THE-F1-01

★★ ■ ⌚

Est-ce une fonction ?

Pour chacune des six correspondances, dire si elle associe à chaque objet de départ **un seul** objet d'arrivée. Si oui, c'est une fonction ; si non, exhiber un contre-exemple, c'est-à-dire un objet de départ auquel on en associe deux.

1. À chaque élève de la classe, sa date de naissance.
2. À chaque date de naissance représentée dans la classe, un élève né ce jour-là. On suppose que deux élèves de la classe sont nés le même jour.
3. À chaque réel, son opposé augmenté de 4.
4. À chaque réel positif, un réel dont le carré vaut ce nombre.
5. À chaque commune de France, son département.
6. À chaque jour de l'année 2025, la température maximale relevée ce jour-là à Boulogne.

Parmi celles qui sont des fonctions, une seule ne pourra jamais être *prévue* par aucun calcul : ses valeurs doivent être relevées une à une. Laquelle ? Peut-on quand même en calculer une image ?

EXERCICE 2 · THE-F1-02

★★ ■ ⌚

f ou $f(x)$?

Dans tout l'exercice, f désigne une fonction définie sur $\mathbb{R}$. Quatre des huit phrases suivantes sont fautives : les repérer et les corriger.

1. « Soit la fonction $f(x) = 4x - 1$. »
2. « L'image de 3 par f est un nombre. »
3. « La courbe de $f(x)$ passe par l'origine. »
4. « $f(2)$ est une fonction. »
5. « x a pour image $f(x)$. »
6. « f est un nombre réel. »
7. « Dire que -2 est un antécédent de 7 par f , c'est dire que $f(-2) = 7$. »
8. « Deux nombres différents peuvent avoir la même image par f . »

La phrase 7 resterait-elle correcte si f était définie sur $[0 ; 10]$ et non sur $\mathbb{R}$? Que faudrait-il y ajouter ?

L'échelle de Beaufort

À chaque vitesse de vent, mesurée en kilomètres par heure, l'échelle de Beaufort associe un degré, nombre entier de 0 à 12. Il n'existe pour cela aucune formule : la correspondance est donnée par ce tableau, et par lui seul.

VITESSE	$[0 ; 2[$	$[2 ; 12[$	$[12 ; 20[$	$[20 ; 29[$	$[29 ; 39[$
DEGRÉ	0	1	2	3	4

1. Quel degré correspond à une vitesse de 15 km/h ? à une vitesse de 30 km/h ?
2. Quelles vitesses ont pour degré 2 ? Combien y en a-t-il ?
3. Le degré 7 a-t-il un antécédent dans ce tableau ?
4. Aucun calcul ne permet de passer de la vitesse au degré. Est-ce quand même une fonction ? Justifier en une phrase, avec la définition du cours.
5. Sur quel ensemble ce tableau définit-il une fonction ? L'écrire par compréhension, puis en intervalle.

Un procédé, deux ensembles de départ

Le procédé est le même dans les deux cas : « au côté d'un carré, on associe son aire ». Mais on le fait porter sur deux ensembles de départ différents. On note a la fonction définie sur l'ensemble des entiers de 1 à 10, et A la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$.

1. Calculer $a(4)$, puis $A(4)$.
2. Combien l'aire 25 a-t-elle d'antécédents par a ? par A ?
3. Combien l'aire 30 a-t-elle d'antécédents par a ? par A ?
4. Donner une aire dont le côté est un nombre entier, qui a un antécédent par A et aucun par a .
5. Existe-t-il une aire strictement positive qui n'ait aucun antécédent par A ? Justifier.
6. Le calcul est le même. Ces deux fonctions sont-elles la même fonction ? Répondre par une phrase.

II. IMAGES ET ANTÉCÉDENTS, PAR LE CALCUL

↔ s'appuie sur COURS F1, § 1.2 ET 1.3 · calculer une image, chercher les antécédents, l'asymétrie

EXERCICE 5 · APL-F1-05



Gammes d'images

On définit, sur les ensembles indiqués :

$$f(x) = 5x - 7 \text{ sur } \mathbb{R}, \quad g(x) = x^2 + 3x \text{ sur } \mathbb{R}, \quad h(x) = (x + 4)^2 \text{ sur } \mathbb{R},$$

$$k(x) = \frac{2}{x+1} \text{ sur } \mathbb{R} \setminus \{-1\}, \quad m(x) = -x^2 + 6 \text{ sur } \mathbb{R}.$$

Calculer $f(3)$, $f(-2)$, $g(-1)$, $g(0,5)$, $h(-4)$, $h(1)$, $k(0)$, $k(-3)$, $m(2)$ et $m(-3)$.

Une seule de ces dix images fait porter un signe moins sur le carré d'un nombre **néglatif**. Laquelle, et pourquoi est-ce là qu'on se trompe ?

Les gammes d'images sans piège sont à la fiche 36 du Cahier de calcul Seconde.

EXERCICE 6 · APL-F1-06



Les quatre types d'équation

Chercher les antécédents demandés. Chaque réponse se termine par une **phrase d'antécédents**, jamais par un ensemble $\mathcal{S}$.

1. Les antécédents de 19 par f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x - 5$.
2. Les antécédents de 0 par p définie sur $\mathbb{R}$ par $p(x) = (2x + 7)(x - 1)$.
3. Les antécédents de 0 par q définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-4\}$ par $q(x) = \frac{5x - 15}{x + 4}$.
4. Les antécédents de 16 par r définie sur $\mathbb{R}$ par $r(x) = x^2$.
5. Les antécédents de -3 par la même fonction r .
6. Les antécédents de 1 par t définie sur $[0; 2]$ par $t(x) = x^2$.

EXERCICE 7 · APL-F1-07



Zéro, un, plusieurs

Soit u la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = x^2 + 2$.

1. Déterminer les antécédents de 2 par u .
2. Déterminer les antécédents de 6 par u .
3. Déterminer les antécédents de 1 par u .
4. Déterminer les antécédents de 11 par u .
5. Le nombre 2 est le plus petit nombre qui ait un antécédent par u . Expliquer pourquoi en une phrase, sans aucun calcul.

L'image d'une expression littérale

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 5x$. Dans tout l'exercice, a désigne un réel.

1. Écrire $f(a+1)$, puis développer et réduire.
2. Écrire $f(-a)$, puis réduire.
3. Écrire $f(2a)$, puis réduire.
4. Contrôler les trois résultats pour $a = 2$: calculer d'un côté $f(3)$, $f(-2)$ et $f(4)$ directement, et de l'autre remplacer a par 2 dans les trois expressions obtenues.
5. Un élève écrit $f(a+1) = f(a) + f(1)$. Le contredire par un contre-exemple.

Chasse à l'erreur : le bon résultat, le mauvais chemin

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x - 8$. On demande les antécédents de 2. Voici une copie.

RAPPEL

« On calcule $f(2) = 5 \times 2 - 8 = 2$. Donc l'antécédent de 2 est 2. »

1. Le résultat annoncé est-il juste ?
2. Le raisonnement l'est-il ? Nommer précisément ce que l'élève a calculé.
3. Rédiger la recherche correcte.
4. Reprendre la même fonction, mais avec le nombre 5 : que donnerait le raisonnement de l'élève, et quelle est la réponse correcte ?
5. Cet exercice explique pourquoi une réponse juste ne prouve rien. Écrire en une phrase ce qu'il faut lire dans l'énoncé pour ne pas se tromper de calcul.

Qui partage l'image de 1 ?

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-3)^2$.

1. Calculer $f(1)$.
2. Déterminer tous les réels x tels que $f(x) = f(1)$.
3. Même question avec $f(x) = f(3)$.
4. Même question avec $f(x) = f(0)$.
5. Soit k un réel. Discuter, selon la valeur de k , le nombre d'antécédents de k par f . Trois cas se présentent.
6. Un seul réel est le seul à posséder son image. Lequel, et pourquoi ?

III. L'ENSEMBLE DE DÉFINITION

↔ s'appuie sur COURS F1, § 2 · l'écriture par compréhension, les deux obstacles, le domaine troué

EXERCICE 11 · APL-F1-11



Du français à la compréhension

Pour chaque ensemble décrit en français : l'écrire par compréhension, traiter la condition, puis l'expliciter. Les trois écritures se suivent, comme dans le cours.

1. Les réels strictement supérieurs à 6.
2. Les réels dont le quintuple diminué de 3 est positif ou nul.
3. Les réels différents de -1 .
4. Les réels compris entre -5 et 0 , le premier exclu et le second inclus.
5. Les réels dont le carré est nul.

EXERCICE 12 · APL-F1-12



Lire une écriture par compréhension

Le mouvement inverse. Lire chaque ensemble à voix haute, en français, puis l'expliciter.

- | | |
|--|--|
| 1. $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 6\}$ | 4. $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -1 \text{ et } x < 4\}$ |
| 2. $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0 \text{ et } x \neq 5\}$ | |
| 3. $\{x \in \mathbb{R} \mid 7 - x > 0\}$ | 5. $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 2 \text{ et } x < 1\}$ |

EXERCICE 13 · APL-F1-13



Les deux obstacles

Déterminer l'ensemble de définition de chaque fonction, par le rituel à trois temps.

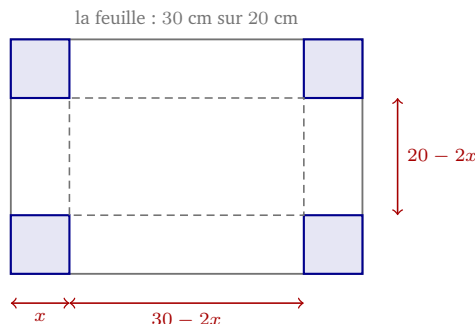
- | | |
|-------------------------------------|---------------------------------------|
| 1. $x \mapsto \sqrt{3x+9}$ | 4. $x \mapsto \sqrt{6-2x}$ |
| 2. $x \mapsto \frac{x-2}{x+7}$ | 5. $x \mapsto \frac{\sqrt{x+1}}{x-2}$ |
| 3. $x \mapsto \frac{5}{(x-1)(x+4)}$ | 6. $x \mapsto \frac{3x}{x^2+1}$ |

Deux de ces six expressions réservent une surprise : l'une porte les **deux** obstacles à la fois, l'autre n'en porte **aucun** malgré les apparences. Les nommer.

Les conditions d'existence les plus simples sont à la fiche 40 du Cahier de calcul Seconde.

La boîte sans couvercle

D'une feuille rectangulaire de 20 cm sur 30 cm, on découpe aux quatre coins quatre carrés identiques de côté x , puis on relève les bords pour former une boîte sans couvercle.



1. Exprimer les deux dimensions du fond de la boîte en fonction de x , puis sa hauteur.
2. Exprimer le volume $V(x)$ de la boîte. Il n'est pas demandé de développer.
3. Trois conditions s'imposent à x . Les écrire toutes les trois.
4. Écrire $\mathcal{D}_V$ par compréhension, traiter les conditions, puis l'expliciter en intervalle.
5. Une seule des trois conditions a fixé la borne de droite. Laquelle ? Et pourquoi la condition portant sur $30 - 2x$ n'a-t-elle rien apporté ?
6. Calculer $V(3)$. Puis $V(11)$, si c'est possible.

Chasse à l'erreur : la condition qui ne dit rien

On demande l'ensemble de définition de $x \mapsto \frac{x+5}{(x-2)(x+7)}$. Voici une copie.

RAPPEL

« Le dénominateur s'annule lorsque $x = 2$ ou $x = -7$. La fonction est donc définie lorsque $x \neq 2$ ou $x \neq -7$, c'est-à-dire sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. »

1. Repérer la ligne où le raisonnement bascule.
2. Le nombre -7 vérifie-t-il la condition « $x \neq 2$ ou $x \neq -7$ » ? Que vaut alors le dénominateur ? Conclure sur ce que vaut cette condition.
3. Rédiger les trois lignes correctes du rituel.
4. Une deuxième copie écrit, elle, la bonne condition, mais l'explique ainsi :

$$\mathbb{R} \setminus \{2; -7\} =]-\infty; -7[\cup]2; +\infty[.$$

Qu'a-t-elle oublié ? Combien de morceaux fallait-il ?

Fabriquer un domaine

DÉFI – CET EXERCICE EST FACULTATIF

Jusqu'ici l'expression était donnée et le domaine cherché. On renverse la question.

1. Combien d'intervalles compte $\mathbb{R}$ privé de trois nombres distincts ? Et privé de n nombres distincts ?
2. Écrire une expression dont l'ensemble de définition est exactement $] -\infty ; -5[\cup] -5 ; 2[\cup] 2 ; +\infty[$.
3. Écrire une expression dont l'ensemble de définition est exactement $[3 ; +\infty[$.
4. Écrire une expression dont l'ensemble de définition est exactement $[3 ; +\infty[$ privé de 7, puis écrire cet ensemble en réunion d'intervalles.
5. Peut-on fabriquer une expression dont l'ensemble de définition ne contienne qu'un seul nombre ?
6. Peut-on fabriquer une expression dont l'ensemble de définition soit vide ?

IV. LE COUPLE, LE POINT, LA COURBE

↔ s'appuie sur COURS F1, § 3.1 À 3.3 · le couple, la courbe représentative, le test d'appartenance

Couple ou paire ?

1. Les couples $(4 ; -1)$ et $(-1 ; 4)$ sont-ils égaux ? Et les paires $\{4 ; -1\}$ et $\{-1 ; 4\}$?
2. Déterminer les réels x et y pour que les couples $(x + 1 ; 3)$ et $(5 ; y - 2)$ soient égaux.
3. Placer dans un repère les points $A(2 ; -3)$, $B(-3 ; 2)$, $C(0 ; -3)$ et $D(-3 ; 0)$.
4. Deux de ces quatre points ont la même ordonnée, deux ont la même abscisse. Lesquels ?
5. Un point du plan peut-il avoir deux couples de coordonnées différents ?

Le point est-il sur la courbe ?

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x$.

1. Pour chacun des cinq points $A(0 ; 0)$, $B(2 ; -2)$, $C(-1 ; 2)$, $D(3 ; 0)$ et $E(4 ; 4)$, dire s'il appartient à $\mathcal{C}_f$. Chaque conclusion nomme celle des deux conditions qui a tranché.
2. Soit maintenant g la fonction définie sur $[0 ; 3]$ par la **même** expression. Reprendre les cinq verdicts.
3. Deux réponses changent entre les deux questions : l'une change de verdict, l'autre seulement de raison. Lesquelles ?

Construire la courbe point par point

Soit f la fonction définie sur $[-1; 3]$ par $f(x) = 2x^2 - 4x$.

1. Recopier et compléter le tableau de valeurs. Les abscisses avancent d'un demi.

x	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$									

2. Chaque colonne fournit un couple, donc un point. Écrire les neuf couples.
3. Placer les neuf points dans un repère, en prenant 2 cm pour une unité en abscisse et 0,5 cm pour une unité en ordonnée, puis les relier.
4. Le point de coordonnées $(0,25; -0,875)$ appartient-il à $\mathcal{C}_f$? Le placer si c'est le cas.
5. Combien de points la courbe $\mathcal{C}_f$ compte-t-elle en tout? Le tracé les montre-t-il tous? Qu'aurait changé un tableau d'abscisses avançant d'un quart?

Un paramètre dans le point

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 5$. Dans chaque cas, déterminer toutes les valeurs du réel m pour lesquelles le point appartient à $\mathcal{C}_f$.

1. $A(3; m)$
2. $B(m; 3)$
3. $C(m; -5)$
4. $D(m; -7)$

La première question a exactement une réponse, les trois autres en ont deux, une et aucune. Expliquer cette différence en une phrase qui emploie les mots *image* et *antécédent*.

Les points d'ordonnée donnée

Soit g la fonction définie sur $[-4; 4]$ par $g(x) = x^2 - 6$.

1. Combien de points de $\mathcal{C}_g$ ont pour ordonnée 3? Donner leurs coordonnées.
2. Même question pour l'ordonnée -6.
3. Même question pour l'ordonnée -10.
4. Même question pour l'ordonnée 11.
5. Combien de points de $\mathcal{C}_g$ ont pour abscisse 2? Cette réponse dépend-elle de l'abscisse choisie?
Distinguer deux cas.

V. LIRE UNE COURBE

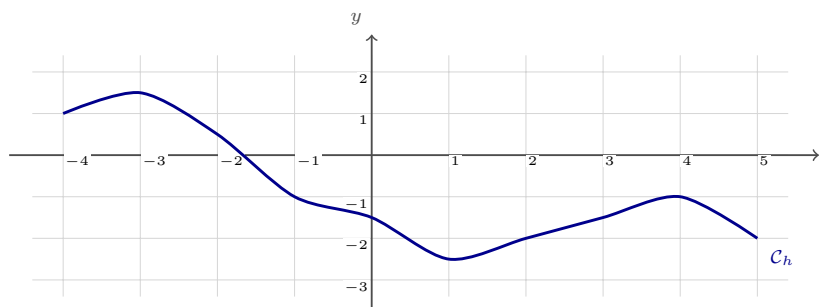
↔ s'appuie sur COURS F1, § 3.4 ET 3.5 · lire une image, lire des antécédents, ce qu'une courbe ne dit pas

EXERCICE 22 · APL-F1-22



Images et antécédents sur un tracé

Voici la courbe représentative d'une fonction h . Aucune construction n'y est tracée : c'est à vous de les faire, au crayon, sur la figure.



1. Lire $h(-3)$, $h(2)$ et $h(4)$.
2. Déterminer les antécédents de 1 par h . Combien y en a-t-il ?
3. Déterminer les antécédents de -2 par h . Combien y en a-t-il ?
4. Le nombre 2,5 a-t-il un antécédent par h ?
5. Sur quel ensemble h est-elle définie ? L'écrire en intervalle.
6. Parmi toutes les lectures que vous venez de faire, lesquelles sont sûres et lesquelles ne sont qu'approchées ? Justifier.

EXERCICE 23 · APL-F1-23



Sûre ou approchée ?

On reprend la courbe de h de l'exercice précédent.

1. Recopier et compléter ce tableau par lecture graphique.

x	-4	-2	0	2	4
$h(x)$					

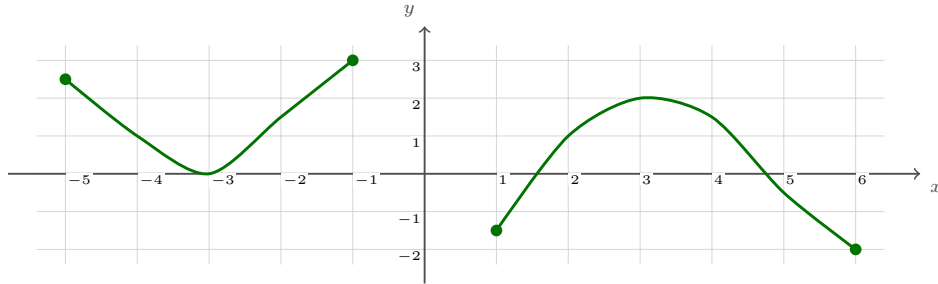
2. Pour chaque valeur inscrite, dire si la lecture est sûre ou approchée.
3. Un camarade affirme que $h(2,5) = -1,75$. La lecture graphique permet-elle de le confirmer ? de l'infirmer ? Que peut-on affirmer, et avec quelle confiance ?

EXERCICE 24 · THE-F1-24



Ce que la courbe ne dit pas

Voici la courbe représentative d'une fonction f . Elle est en deux morceaux, et ce n'est pas un accident de dessin.



1. L'image de -3 existe-t-elle ? Si oui, la donner.
2. L'image de 0 existe-t-elle ?
3. Un élève affirme : « entre -1 et 1 , la fonction vaut 0 ». Que lui répondre ?
4. Un autre affirme : « le trou est une maladresse du dessinateur ». Que lui répondre ?
5. Le nombre $3,5$ a-t-il un antécédent par f ? La réponse tient-elle à la forme de la courbe ou à l'ensemble de définition ?

EXERCICE 25 · SYN-F1-25



Domaine et hauteurs

On reprend la courbe de f de l'exercice précédent.

1. Écrire $\mathcal{D}_f$ par compréhension, puis en réunion d'intervalles. La condition comporte un « ou », et c'est normal.
2. Déterminer les antécédents de 1 par f . Combien y en a-t-il ? Deux de ces lectures sont sûres et deux ne le sont pas : lesquelles, et pourquoi ?
3. Déterminer les antécédents de 3 , puis ceux de -2 . Combien y en a-t-il de chaque ?
4. Ces deux derniers nombres ont donc un antécédent et un seul. Où se trouvent-ils sur la courbe, et pourquoi est-ce là qu'on les trouve ?

Le point qui manque

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$.

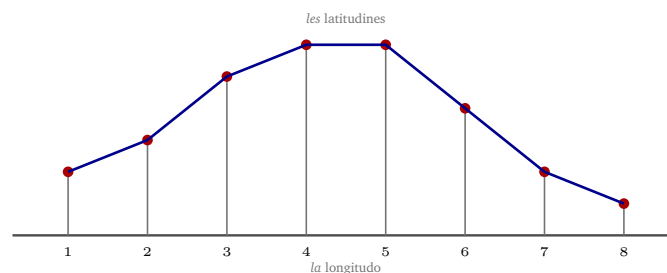
1. Déterminer $\mathcal{D}_f$ par le rituel à trois temps.
2. Factoriser $x^2 - 1$. En déduire que, pour tout réel x différent de 1, on a $f(x) = x + 1$.
3. Calculer $f(-3)$, $f(0)$, $f(2)$ et $f(5)$.
4. Le point $A(1; 2)$ appartient-il à $\mathcal{C}_f$? La réponse mérite d'être rédigée avec soin.
5. Tracer $\mathcal{C}_f$ sur $[-3; 5]$. Que faut-il dessiner au-dessus de 1? Que remarque-t-on sur les points obtenus?
6. Le nombre 2 a-t-il un antécédent par f ?
7. Quels sont, finalement, les nombres qui n'ont aucun antécédent par f ?

VI. HISTOIRES ET BELLES MATHÉMATIQUES

↔ s'appuie sur TOUT LE CHAPITRE · une figure de 1350, une machine de 1859, un cadran et une table de l'Antiquité

Oresme, dresser une hauteur

À Paris, vers 1350, Nicole Oresme cherche à dessiner ce qui varie. Dans son *Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum*, il pose une ligne horizontale qu'il nomme *longitudo*, pour ce qui s'étend, et dresse au-dessus de chaque point un segment vertical, la *latitudo*, pour l'intensité. Le sommet de ces segments dessine une figure. Voici une telle configuration.

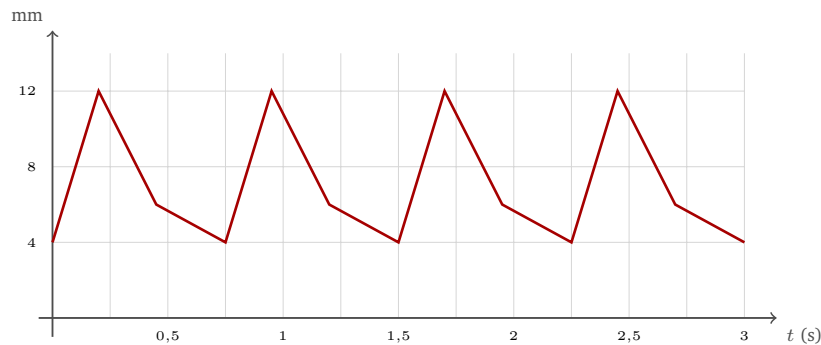


Les intensités dressées valent, dans l'ordre : 2, 3, 5, 6, 6, 4, 2 et 1. La figure ci-dessus est modernisée, et Oresme ne dresse que ces huit *latitudines* : la fonction est définie sur ces huit positions, et sur elles seules.

1. Quelle intensité Oresme dresse-t-il au-dessus de 3? au-dessus de 6?
2. Au-dessus de quelles positions l'intensité vaut-elle 2? Combien y en a-t-il?
3. Même question pour l'intensité 6.
4. L'intensité 7 est-elle atteinte?
5. Oresme n'a ni axe gradué, ni le mot *fonction*, ni la notation $f(x)$: il faudra attendre Euler, quatre siècles plus tard. Qu'a-t-il pourtant déjà, et qui suffit à lire des images et des antécédents?

Le pouls sur le papier

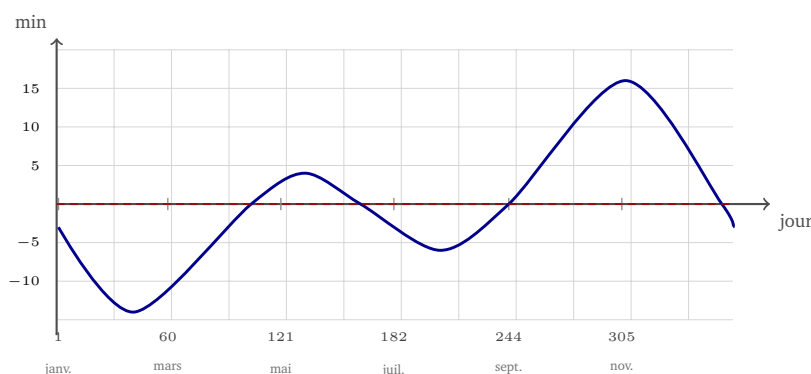
Étienne-Jules Marey perfectionne en 1859 le **sphygmographe**, appareil inventé cinq ans plus tôt par Karl von Vierordt, et le présente à l'Académie des sciences l'année suivante : un appareil posé sur le poignet, un stylet, une bande de papier qui défile. En 1878, il en tire une doctrine générale sous le titre *La Méthode graphique dans les sciences expérimentales* : au lieu de décrire un phénomène avec des mots, on le laisse **s'écrire lui-même**. Voici trois secondes de tracé, la hauteur étant relevée en millimètres.



1. Combien de battements la bande porte-t-elle sur ces trois secondes ?
2. Lire la hauteur du tracé à l'instant 1,5 s.
3. À quels instants la hauteur vaut-elle 12 mm ? Combien y en a-t-il ?
4. Le stylet est à un seul endroit à la fois. Qu'est-ce que cela garantit sur le tracé, et pourquoi est-ce bien la courbe d'une fonction ?
5. Marey écrit que la méthode graphique laisse le phénomène s'écrire lui-même. Quel appareil, celui de l'activité qui a ouvert ce chapitre, mérite exactement la même phrase ?
6. Sur quel ensemble cette fonction est-elle définie ? Qu'aurait montré la bande si l'appareil s'était arrêté pendant une seconde, et qu'aurait-on eu le droit d'en conclure sur le pouls du patient ?

Le cadran solaire qui retarde

Un cadran solaire et une montre ne s'accordent presque jamais. L'écart entre l'heure du cadran, qui suit le Soleil, et l'heure de la montre s'appelle l'**équation du temps**. Il varie tout au long de l'année, parce que l'orbite de la Terre n'est pas un cercle et que son axe est incliné. On le compte positivement quand le cadran est en avance sur la montre · les tables françaises comptent souvent cet écart en sens inverse, et donnent alors les signes opposés.



1. Lire l'écart au 60^e jour de l'année, puis au 182^e.
2. Quels jours l'écart est-il nul ? Combien de fois cela se produit-il dans l'année ?
3. Un ami affirme : « il y a deux jours par an où le cadran est juste, celui où il cesse de retarder et celui où il cesse d'avancer ». Que lui répondre ?
4. L'écart vaut -6 minutes : combien de jours dans l'année ? Et l'écart de 20 minutes ?
5. Connaissant seulement l'écart d'un jour, peut-on retrouver la date ? Répondre en employant les mots *image* et *antécédent*.
6. Sur quel ensemble cette fonction est-elle définie ? S'agit-il d'un intervalle de réels, ou d'autre chose ?

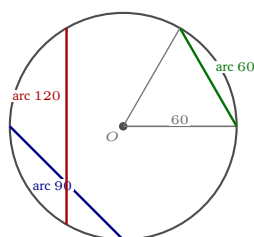
EXERCICE 30 · APR-F1-30

★★★★★ ☆ ⌚

Mille ans de la même table

DÉFI – CET EXERCICE EST FACULTATIF

Au livre I de l'*Almageste*, vers 150 de notre ère, Claude Ptolémée dresse la **table des cordes** : à chaque arc, de demi-degré en demi-degré jusqu'à 180 degrés, il associe la longueur de la corde qui le sous-tend dans un cercle de **diamètre** 120. Trois cent soixante entrées calculées à la main, en base soixante. Aucune formule nulle part, et cette table fut l'outil de la trigonométrie pratique du monde grec puis latin pendant près de mille ans.



1. Quelle est la corde d'un arc de 180 degrés ?
2. Chaque côté de l'hexagone régulier inscrit sous-tend un arc de 60 degrés. Justifier que la corde d'un arc de 60 degrés vaut exactement 60.
3. Chaque côté du carré inscrit sous-tend un arc de 90 degrés. Calculer la corde d'un arc de 90 degrés, valeur exacte puis valeur approchée au **dix-millième**.
4. Pour le triangle équilatéral inscrit, la distance du centre à un côté vaut 30, moitié du rayon. En déduire la corde d'un arc de 120 degrés, exacte puis approchée au centième.

5. Ptolémée note l'arc de 90 degrés $84; 51, 10$, c'est-à-dire $84 + \frac{51}{60} + \frac{10}{3600}$. Calculer cette valeur, l'arrondir au dix-millième, et la comparer à l'arrondi obtenu à la question 3. Que constate-t-on, pour un calcul fait à la main il y a dix-huit siècles ?
6. On note crd la fonction qui à un arc associe sa corde. Sur quel ensemble la table la définit-elle ?
7. Les nombres 60, 120 et 130 ont-ils un antécédent par crd ? Justifier les trois réponses.
8. Un même nombre peut-il être la corde de deux arcs différents ? Que faudrait-il examiner dans la table pour en être sûr ?
9. Aucune formule dans l'*Almageste*, et l'on y a pourtant lu des images et des antécédents pendant mille ans. Une fonction, est-ce donc forcément une formule ?

LA SUITE SUR LE COMPAGNON NUMÉRIQUE

Les corrigés de ces trente exercices, les réponses des douze exemples jumelés du cours et l'histoire de ceux qui ont mis cent soixante ans à admettre qu'un tableau est une fonction : tout est sur le compagnon numérique.