



— APL – Exercice d'application

— SYN – Exercice de synthèse

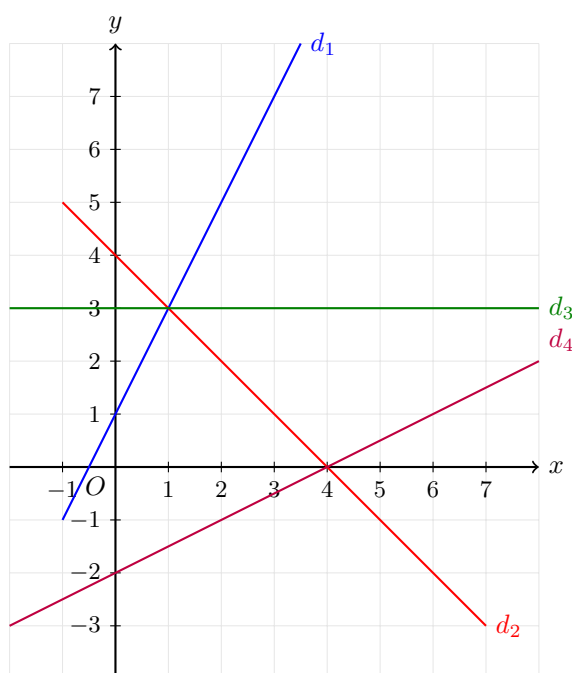
— THE – Exercice théorique

— APR – Exercice d'approfondissement

★★★ : Difficulté estimée de l'exercice

Exercice 1: Lecture graphique | APL-G1-01 | ★

On a tracé quatre droites d_1 , d_2 , d_3 et d_4 dans le repère orthonormé ci-dessous.



Pour chaque droite, lire graphiquement le coefficient directeur m et l'ordonnée à l'origine p , puis écrire l'équation réduite $y = mx + p$.

Exercice 2: Passage équation réduite $\leftrightarrow$ cartésienne | APL-G1-02 | ★★

Partie A. Écrire chaque droite sous forme cartésienne $ax + by + c = 0$:

1. $y = 3x - 2$

3. $y = 7$

2. $y = -\frac{2}{5}x + 4$

4. $y = \frac{1}{3}x$

Partie B. Écrire chaque droite sous forme réduite $y = mx + p$ (si possible) :

1. $2x + 5y - 10 = 0$

3. $4y + 12 = 0$

2. $3x - y + 6 = 0$

4. $2x - 8 = 0$

Exercice 3: Droite passant par deux points | **APL-G1-03** | ★★

Déterminer l'équation réduite de la droite passant par chaque paire de points.

1. $A(1; 4)$ et $B(3; 10)$

2. $C(-2; 5)$ et $D(4; -1)$

3. $E(1; 2)$ et $F(4; 5)$

4. $G\left(-3; \frac{1}{2}\right)$ et $H\left(5; \frac{7}{2}\right)$

Réponse attendue : $y = \frac{3}{8}x + \frac{13}{8}$

Exercice 4: Tests d'appartenance | **APL-G1-04** | ★★

Partie A. On considère la droite $d : y = 2x - 1$.

Les points suivants appartiennent-ils à d ? Justifier par le calcul.

1. $M(3; 5)$

3. $P(\sqrt{2}; 2\sqrt{2} - 1)$

5. $R(2; 4)$

2. $N(0; -1)$

4. $Q\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$

Partie B. On considère la droite $\Delta : 3x - 2y + 6 = 0$.

Les points suivants appartiennent-ils à Δ ? Justifier par le calcul.

1. $A(0; 3)$

3. $C\left(\sqrt{3}; \frac{3\sqrt{3} + 6}{2}\right)$

2. $B(2; 6)$

4. $D(4; 8)$

Exercice 5: Triangle défini par trois droites | **SYN-G1-05** | ★★★

Un triangle ABC est défini par les droites portant ses côtés :

$$d_1 : y = 2x + 1 \quad d_2 : y = -x + 7 \quad d_3 : y = \frac{1}{2}x - 2$$

1. Déterminer par le calcul les coordonnées de chaque sommet du triangle.

Indication : chaque sommet est l'intersection de deux des trois droites.

2. Vérifier l'un des résultats obtenus en testant que le point trouvé appartient bien aux deux droites correspondantes.

3. Calculer les longueurs des trois côtés du triangle.

Exercice 6: Théorème de Varignon | **THE-G1-06** | ★★★★★

Ce résultat remarquable, démontré par Pierre de Varignon en 1731, affirme que les milieux des côtés de n'importe quel quadrilatère forment toujours un parallélogramme.

On considère le quadrilatère $ABCD$ avec $A(0; 0)$, $B(6; 2)$, $C(8; 8)$ et $D(2; 6)$.

On note M_1 , M_2 , M_3 , M_4 les milieux respectifs des côtés $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$.

1. Calculer les coordonnées de M_1 , M_2 , M_3 et M_4 .
2. Calculer les coefficients directeurs des droites (M_1M_2) et (M_3M_4) . Que peut-on en déduire ?
3. Calculer les coefficients directeurs des droites (M_2M_3) et (M_1M_4) . Que peut-on en déduire ?
4. Quelle est la nature du quadrilatère $M_1M_2M_3M_4$? Justifier.

Exercice 7: Famille de droites — le point fixe | APR-G1-07 | ★★★★★

Pour tout réel m , on considère la droite $\mathcal{D}_m$ d'équation :

$$(2m - 1)x - my + 3 = 0$$

1. Déterminer l'équation réduite de $\mathcal{D}_m$ pour $m = 1$, $m = 2$ et $m = -1$.
2. Tracer ces trois droites dans un même repère. Que constate-t-on ?
3. Réécrire l'équation de $\mathcal{D}_m$ sous la forme :

$$m \times (\dots) + (\dots) = 0$$

en regroupant les termes contenant m et ceux qui n'en contiennent pas.

4. En déduire qu'il existe un point F par lequel passent **toutes** les droites $\mathcal{D}_m$, quel que soit m . Déterminer ses coordonnées.

Indication : pour que l'égalité soit vraie pour tout réel m , il faut que chacun des deux facteurs soit nul.

5. Vérifier que F appartient bien aux trois droites tracées à la question 2.

Exercice 8: Optimisation — aire minimale | APR-G1-08 | ★★★★★

On considère le point $A(2; 3)$. Une droite passant par A , non parallèle aux axes, coupe l'axe des abscisses en P et l'axe des ordonnées en Q .

1. Montrer que l'équation de cette droite peut s'écrire $y = mx + (3 - 2m)$, avec $m \neq 0$.
2. Exprimer les coordonnées de P et Q en fonction de m .
3. On note $\mathcal{A}(m)$ l'aire du triangle OPQ . Montrer que :

$$\mathcal{A}(m) = \frac{(2m - 3)^2}{4|m|}$$

4. On se place dans le cas $m < 0$, de sorte que P et Q sont du même côté que O .

Poser $t = -m$ (avec $t > 0$) et montrer que :

$$\mathcal{A}(t) = t + 3 + \frac{9}{4t}$$

5. On admet que la fonction $t \mapsto t + \frac{9}{4t}$ atteint son minimum pour $t = \frac{3}{2}$.

En déduire la valeur minimale de l'aire du triangle OPQ et l'équation de la droite correspondante.