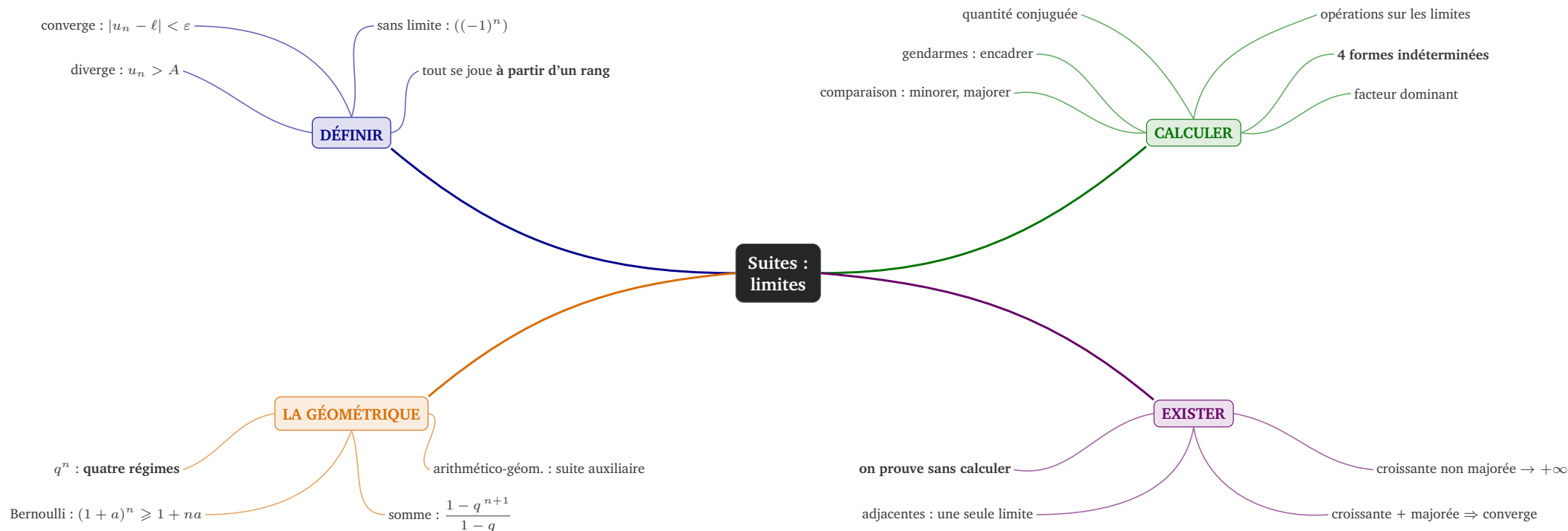




Les deux définitions (le $\forall n \geq N$ n'est pas décoratif) :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell \iff \forall \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N}, \forall n \geq N, |u_n - \ell| < \varepsilon$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty \iff \forall A > 0, \exists N \in \mathbb{N}, \forall n \geq N, u_n > A$$

Les limites de référence (pour tout entier $k \geq 1$) :

n^k	$\sqrt[n]{n}$	$\frac{1}{n^k}$	$\frac{1}{\sqrt[n]{n}}$
$+\infty$	$+\infty$	0	0

Les trois démonstrations exigibles : divergence par minoration · limite de q^n via Bernoulli · croissante non majorée $\rightarrow +\infty$.

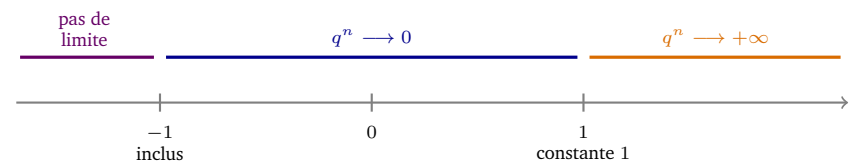
OPÉRATIONS SUR LES LIMITES

	Cas déterminés	Forme indéterminée
Somme	$\ell + \ell'$; $\ell + \infty$; $\infty + \infty$	$\infty - \infty$
Produit	$\ell \ell'$; $\ell \neq 0$ par ∞	$0 \times \infty$
Inverse	$\frac{1}{\ell}$ ($\ell \neq 0$); $\frac{1}{\pm\infty} = 0$ $\frac{1}{0^+} = +\infty$; $\frac{1}{0^-} = -\infty$	0 sans signe fixe : <i>pas de limite</i>

LEVER UNE INDÉTERMINATION

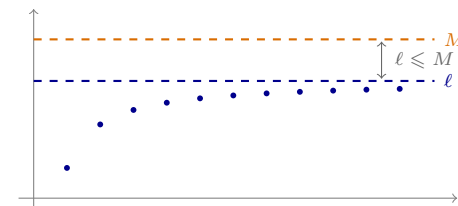
Ce que vous voyez	Ce que vous faites
Polynômes, quotients	factoriser par le terme dominant
Différence de racines	multiplier par la conjuguée
Un morceau qui oscille	encadrer, puis gendarmes
Somme à n termes	encadrer chaque terme, puis sommer
Rien ne marche	minorer par une suite qui explose

LES QUATRE RÉGIMES DE q^n



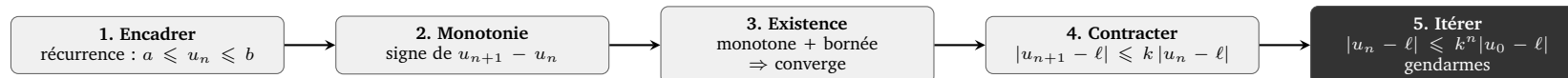
Si $|q| < 1$: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n q^k = \frac{1}{1-q}$. Vérifier $|q| < 1$ avant d'appliquer.

LE THÉORÈME D'EXISTENCE



Croissante et majorée $\Rightarrow$ converge. La limite n'est pas le majorant.

ÉTUDIER UNE SUITE DÉFINIE PAR RÉCURRENCE



Les quatre pièges qui coûtent des points. Confondre le **majorant** et la **limite** : on sait seulement $\ell \leq M$ · énoncer une propriété **sans son rang de départ** (une suite peut être croissante à partir du rang 1 seulement) · appliquer $\frac{1}{1-q}$ **sans vérifier** $|q| < 1$ (c'est l'erreur de Grandi) · conclure d'un tableau de valeurs : $\frac{n^{100}}{2^n}$ croît jusqu'au rang 144 et tend pourtant vers 0. **Calculer n'est pas démontrer.**

Le détail, les démonstrations et les histoires : [COURS-A1] et le compagnon numérique du chapitre.