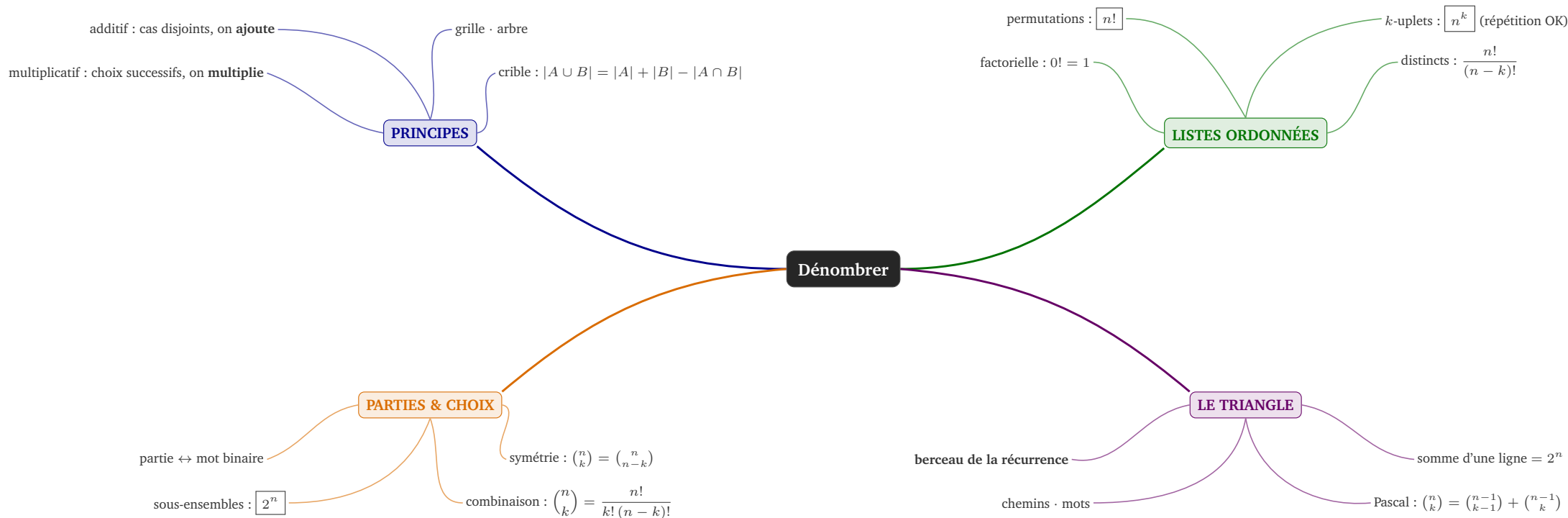




Les quatre modèles (choisir k objets parmi n) : deux questions suffisent.

	avec répétition	sans répétition
ordonné	n^k	$\frac{n!}{(n-k)!}$
non ordonné	(hors programme)	$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Le passage ordonné $\rightarrow$ non ordonné : diviser par $k!$.

Les deux démonstrations exigibles.

▷ **Relation de Pascal**, par un argument combinatoire : fixer un élément a ; une partie à k éléments contient a (il en reste $\binom{n-1}{k-1}$) ou non ($\binom{n-1}{k}$).

▷ **Somme d'une ligne** $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$: classer les 2^n parties de E selon leur nombre d'éléments.

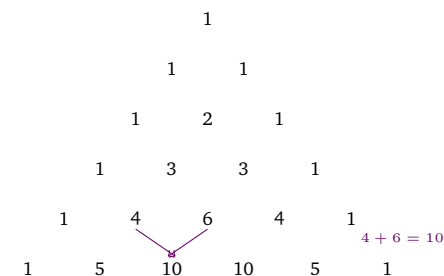
RECONNAÎTRE LE MODÈLE

Situation	Modèle	Formule
Code, cadenas, mot de passe	k -uplet	n^k
Répondre oui/non à n questions	parties	2^n
Podium, classement, tiercé	k -uplet distinct	$\frac{n!}{(n-k)!}$
Ranger n objets, anagramme	permutation	$n!$
Équipe, main, comité (sans ordre)	combinaison	$\binom{n}{k}$

COMBINER LES PRINCIPES

Le mot du problème	L'opération
<i>et, puis</i> (choix successifs)	on multiplie
<i>ou</i> exclusif (cas disjoints)	on additionne
Une contrainte à séparer	partager en cas disjoints

LE TRIANGLE DE PASCAL

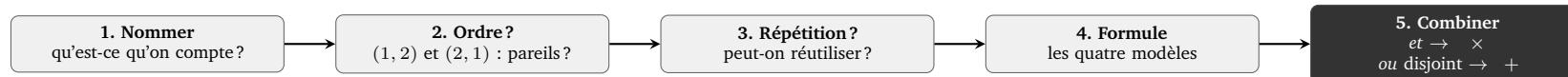


Lectures : bords = 1 · symétrique · 2^e diagonale = 1, 2, 3, ... · 3^e = les $\binom{n}{2}$.

UNE PARTIE, UN MOT, UN CHEMIN

Une partie à k éléments de $\{x_1, \dots, x_n\}$ = un mot binaire à k chiffres 1 = un chemin à k montées : les trois se comptent par $\binom{n}{k}$.

RÉSoudre UN PROBLÈME DE DÉNOMBREMENT



Les pièges qui coûtent des points. Compter un tirage **ordonné** là où l'ordre est indifférent : on oublie de diviser par $k!$ (*arrangement* au lieu de *combinaison*) · oublier que $0! = 1$ · additionner des cas qui **se chevauchent** (le *ou* inclusif exige le crible) · **double comptage** : la paire $\{a, b\}$ comptée comme (a, b) et (b, a) · confondre $(1, 2) \neq (2, 1)$ (uplets) et $\{1, 2\} = \{2, 1\}$ (parties) · un pentagone a $\binom{5}{2} = 10$ **segments** mais seulement $\frac{5(5-3)}{2} = 5$ **diagonales**.

Le détail, les démonstrations et les histoires : [COURS-A2] et le compagnon numérique du chapitre.